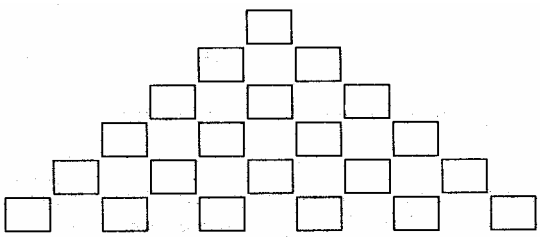
单元 **2**： 正整指数的二项式定理

特定目标：

1. 认识 n! 及 C_r^n 的符号。
2. 利用二项式定理展开正整指数的二项式。

内 容	时间分配	教 学 建 议
2.1 n! 及 C_r^n 的符号	1	教师应介绍 n! 和 C_r^n 的定义。排列和组合的概念只宜向能力较高的学生提及。0!=1 亦应以定义方式提出。教师应让学生认识 C_r^n 的其它记号法，如 ${}_nC_r$ 及 $\binom{n}{r}$ 。 学生应能验证 $C_r^n = C_{n-r}^n$ 及 $C_{r-1}^n + C_r^n = C_r^{n+1}$ 。在证明后者时，教师宜指导学生由左方开始证明至右方为止。 类似下面的例子可供参考： *例* 若 $C_{n+1}^{18} = C_{2n-1}^{18}$ ，试求 n 的可能值。
2.2 帕斯卡三角形	1	教师可着学生以直接乘法展开 $(a+b)^2$、 $(a+b)^3$、 $(a+b)^4$ 和 $(a+b)^5$。然后将各展开式中的系数填入下面的空格中： $(a+b)^0$ $(a+b)^1$ $(a+b)^2$ $(a+b)^3$ $(a+b)^4$ $(a+b)^5$ 

内 容	时间分配	教 学 建 议
2.3 利用帕斯卡三角形展开二项式	2	教师应引导学生发现每个系数都可以用 C_r^n 的形式写出及帕斯卡三角形的特性如 $C_r^n = C_{n-r}^n$ ， $C_0^n = 1$， $C_n^n = 1$ 及 $C_{r-1}^n + C_r^n = C_r^{n+1}$ 。 学生应可利用帕斯卡三角形去展开$(a+b)^n$，其中正整数 $n \le 5$。教师可提供以下的例子： *例一* (a) 按 x 的升幂序展开 $(2x+3)^4$， (b) 按 x 的降序序展开 $(3x^2-1)^5$。 *例二* 试求 $\left(2x^3 - \frac{1}{3x^2}\right)^5$ 展开式中的常数项。
2.4 正整指数的二项式定理	4	教师可用帕斯卡三角形证明正整指数的二项式定理。这个定理的证明方法应是一个让学生重温数学归纳法的好机会。 在$(x+y)^n$的展开式中，学生应可发现 (*a*) 总共有$(n + 1)$项及 (*b*) 按 x 的降序表达时，第$(r + 1)$项是 $C_r^n x^{n-r} y^r$ 。 在二项式的展开式中，教师无须引入最大值项和系数间的关系。教师可用以下的例子： *例一* 展开 (*a*) $(2x+3y)^4$ (*b*) $(3x - \frac{2}{x})^5$ *例二* 试求 $(3 - \frac{x}{2})^6(1+x)^5$ 展开式中 x^3 的系数。

内 容	时 间 分 配	教 学 建 议
	8	*例三* 在 $(1+ax)(1+bx)^6$ 的展开式中，x 和 x^2 的系数分别是 0 和 $-\frac{21}{4}$，试求 a 和 b 的值。 虽然多项式的展开可重复应用二项式定理，但教师不宜教授三项以上的展开方法。以下的例子可给予学生作为练习： *例四* 按 x 的升幂，展开 $(1-2x+3x^2)^3$。 *例五* 试求 $\left(1+\frac{1}{2x}-3x\right)^4$ 展开式中的常数项。 教师可向能力较高的学生指出，负整指数的二项展开式亦有一类似的二项式定理，惟不宜再深入探讨。.